

Модель поведения избегающего риска эмитента на вторичном рынке

Геннадий Колесников
заместитель председателя ФКЦБ России
Михаил Соколов
ЗАО «ИК АВК»

В статье рассмотрена простейшая экономико-математическая модель, позволяющая построить оптимальную политику управления вторичным рынком облигаций. Полученные в работе результаты могут быть интересны крупным корпоративным и субфедеральным эмитентам, ведущим неспекулятивную игру на вторичном рынке собственных облигаций.

ВВЕДЕНИЕ

Известно (см., например, [1]), что одним из факторов, выгодно отличающих облигационный заем от иных форм заемного финансирования (например, банковского кредита), является возможность оперативного управления долгом на протяжении всего срока заимствования. Основными рычагами такого управления обычно служат операции эмитента на вторичном рынке — выкуп и доразмещение облигаций. При этом обычно возникают вопросы: какую операцию проводить, когда и в каком объеме? Ситуация еще осложняется тем, что практически единственной информацией, доступной эмитенту для принятия решения, является текущая цена облигации. Задача, поставленная в предлагаемой статье, состоит в выработке некоторого правила, руководствуясь которым, избегающий риска эмитент¹ мог бы определять моменты времени, целесообразные для выкупа и доразмещения, а также соответствующие им оптимальные объемы сделок, как функции от текущей цены на облигации.

Заметим, что из некоторых чисто интуитивных соображений следует, что если цена на облигации «достаточно высока» (т.е. превосходит некоторый критический уровень $P_L(t)$), то доразмещение облигаций позволит эмитенту привлечь дополнительные денежные средства под относительно низкий процент. Но если цена на облигации «доста-

точно низкая» (т.е. ниже некоторого критического уровня $P_L(t) \leq P_H(t)$), то выкуп облигаций (как аналог досрочного погашения) позволит снизить суммарную стоимость заимствований. Если же цена находится в «коридоре» $[P_L(t); P_H(t)]$, то проведение операций нецелесообразно, так как получаемая выгода не покрывает связанных с ними транзакционных издержек. Здесь мы обоснуем этот интуитивный подход и дадим оценки для величин $P_L(t), P_H(t)$.

ОПИСАНИЕ СИТУАЦИИ

Рассмотрим (для определенности) дисконтную облигацию со сроком погашения T и номиналом N , размещение которой состоялось по некоторой цене P_0 . При этом объем размещенных облигаций составил V_0 .

Предположим также, что в некоторые дискретные моменты времени t ($t = 1, \dots, T - 1$) эмитент осуществляет операции выкупа/доразмещения по ценам $[P_1, \dots, P_{T-1}]$ и в объемах $[V_1, \dots, V_{T-1}]$ соответственно. Здесь $V_t > 0$, если производилась операция доразмещения, и $V_t < 0$, если производилась операция выкупа.

Кроме того, будем считать, что цена P_t , по которой проводится операция выкупа/доразмещения, каким-либо образом зависит от объема сделки V_t . Предположим также, что в целях ликвидации излишка инвестора любую операцию эмитент осуществляет посредством достаточного большого числа сделок незначительного объема²

$$V_t = \sum_i V_{t,i}, \max_i V_{t,i} \ll V_t.$$

В условиях «достаточно ликвидного рынка» для выручки, $V_t > 0$ (или затрат, $V_t < 0$) эмитента может быть записано следующее приближенное равенство:

$$V_t^1 P_t(V_t^1) + V_t^2 P_t(V_t^1 + V_t^2) + \dots = \sum_i V_{t,i}^1 P_t(\sum_{k=1}^i V_{t,i}^k) \approx \int_0^{V_t} P_t(V) dV. \quad (1)$$

Здесь $P_t(V_t)$ — некоторая «достаточно гладкая» (непрерывно дифференцируемая) функция, отражающая

¹ «Избегающим риска» здесь назван эмитент, действующий из соображений максимизации гарантированного дохода (или полезности) от каждой конкретной сделки по выкупу/доразмещению.

² Здесь предполагается, что суммарное время проведения всей этой совокупности операций несравнимо меньше единичного временного интервала $(t + 1) - t$.

зависимость цены облигации P_t от объема сделки V_t . В общем случае вид функции $P_t(V_t)$ может быть эмитенту неизвестен, тем не менее известной считается текущая (на момент времени t) цена облигации $P_t(0)$.

Естественно ожидать, что с ростом объема сделки V_t рыночная цена облигации $P_t(V_t)$ убывает, т.е. справедливо

$$P_t'(V_t) < 0, t = 1, \dots, T - 1. \quad (2)$$

Предположим далее, что любая операция по выкупу (доразмещению) сопровождается некоторыми транзакционными издержками (материальными — вознаграждения брокеру и бирже, моральными — по убеждению консервативного начальства в целесообразности проведения операции и т.п.). Для простоты дальнейших рассуждений будем полагать, что данные издержки пропорциональны объему сделки V_t в момент времени t и составляют $C_1 V_t$ и $C_2 V_t$ денежных единиц для операций доразмещения и выкупа соответственно.

Обобщая сказанное, сформируем совокупный денежный поток по облигационному выпуску $Z = (Z_0, Z_1, \dots, Z_T)$ со следующими компонентами:

$$Z_0 = P_0 V_0, \quad (3)$$

$$Z_t = \begin{cases} \int_0^{V_t} P_t(V) dV - C_1 V_t, & \text{если } V_t > 0, \\ -\int_{V_t}^0 P_t(V) dV + C_2 V_t, & \text{если } V_t \leq 0, \end{cases} \quad t = 1, \dots, T - 1. \quad (4)$$

$$Z_T = -N \sum_{t=0}^{T-1} V_t. \quad (5)$$

ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ ЭМИТЕНТА

Предположим, что эмитент осуществляет управление займом, руководствуясь некоторой функцией полезности $U(Z) = U(Z_0, Z_1, \dots, Z_T)$ от денежного потока Z . Естественно ожидать, что U обладает следующим рядом характерных свойств:

- непрерывностью (т.е. незначительные изменения компонент денежного потока не должны приводить к существенным изменениям показателя полезности);
- строгим монотонным возрастанием с увеличением объема притока денежных средств $Z_t, t = 0, \dots, T$;
- аддитивностью (требование, позволяющее рассматривать сальдо денежных потоков взамен раздельного изучения денежных потоков доходов и расходов), т.е. для любых двух денежных потоков $Z = (Z_0, Z_1, \dots, Z_T)$, $Z' = (Z'_0, Z'_1, \dots, Z'_T)$ должно выполняться:

$$\begin{aligned} &U(Z_0, Z_1, \dots, Z_T) + U(Z'_0, Z'_1, \dots, Z'_T) = \\ &= U(Z_0 + Z'_0, Z_1 + Z'_1, \dots, Z_T + Z'_T). \end{aligned} \quad (6)$$

Хорошо известно (см., например, [2]), что решением функционального уравнения (6) (при предположениях

о непрерывности и строгом монотонном возрастании) является линейная функция

$$U(Z) = \sum_{t=0}^T a_t Z_t, \quad (7)$$

определенная с точностью до положительных коэффициентов $[a_0, a_1, \dots, a_T] > 0$.

Полученная выше формула определяет общий вид функции полезности, применимой для описания денежных потоков. Типичным примером ее использования может служить показатель чистой настоящей стоимости (*Net Present Value*), получаемый из соотношения (7) при $a_t = (1 + i)^{-t}$ (или $a_t = (1 + it)^{-1}$), $t = 0, \dots, T$, где i — так называемая ставка дисконтирования.

Очевидно, каждому эмитенту присущи «свои» коэффициенты $[a_0, \dots, a_T]$, к тому же последние могут меняться под воздействием самых различных факторов (экономических, социальных, психологических и т.п.). Тем не менее в дальнейшем мы будем предполагать известность этих коэффициентов эмитенту, или, по крайней мере, их предсказуемость.

МНОЖЕСТВО ДОПУСТИМЫХ СТРАТЕГИЙ ЭМИТЕНТА

Искусство управления эмитента вторичным рынком собственных облигаций состоит в выборе объемов $[V_1, \dots, V_{T-1}]$ операций выкупа/доразмещения. Предполагая, что заявленный объем эмиссии составляет некоторую величину $\bar{V} (\geq V_0)$ ³, определим множество допустимых стратегий эмитента системой неравенств

$$0 \leq \sum_{\tau=0}^t V_\tau \leq \bar{V}, t = 1, \dots, T - 1. \quad (8)$$

Отметим, что аукцион по размещению облигаций в принципе немногим отличается от операции вторичного доразмещения (разве что сравнительно большими, чем C_1 транзакционными издержками). Таким образом, объем первичного размещения V_0 , при желании, может быть также включен в список управляющих воздействий.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. РЕШЕНИЕ

Предполагая, что эмитент ведет себя рационально (т.е. максимизирует полезность денежного потока облигационного выпуска), осуществим постановку задачи:

$$U(Z) = \sum_{t=0}^T a_t Z_t(V_t) \xrightarrow{V_1, \dots, V_{T-1}} \max \quad (9)$$

при ограничениях (3)—(5), (8).

Отметим, что решение задачи (9) требует от эмитента априорного знания всей совокупности параметров рынка — функций спроса на облигации $[P_1(V_1), \dots, P_{T-1}(V_{T-1})]$ и в том числе цен $[P_1(0), \dots, P_{T-1}(0)]$. В действительности прогнозирование указанных параметров рынка сопряжено со значительными трудностями, а зачастую и про-

³ Особенности российского законодательства [3, 4], по существу, диктуют равенство $V_0 = \bar{V}$ — для корпоративных эмиссий и допускают соотношение $V_0 \leq \bar{V}$ для федеральных и субфедеральных облигаций.

сто невозможно в условиях динамично меняющейся экономической ситуации.

Для избегающего же риска эмитента вполне приемлемой может оказаться стратегия максимизации полезности от каждой конкретной сделки (т.е. максимизации гарантированного дохода), так сказать, в соответствии с популярным ныне принципом «бери от жизни все»⁴.

Важным свойством денежного потока (3)—(5) и функции полезности (7) является возможность рассмотреть каждую операцию выкупа (доразмещения) безотносительно остальных. Действительно, воспользовавшись свойством аддитивности (6) функции U , получим:

$$U(Z_0, \dots, Z_T) = \sum_{t=0}^{T-1} U(0, \dots, 0, Z_t(V_t), 0, \dots, 0, -NV_t). \quad (10)$$

Тогда условие целесообразности осуществления сделки в некоторый момент t ($t = 1, \dots, T-1$) может быть записано следующим образом:

$$U_d(V_t) = U(0, \dots, 0, Z_t(V_t), 0, \dots, -NV_t) = a_t Z_t(V_t) - a_t NV_t > 0. \quad (11)$$

Разделив соотношение (11) на объем сделки $V_t = 0$ и устремив V_t к нулю (поочередно справа и слева), получим следующее простое правило поведения эмитента на вторичном рынке: эмитенту целесообразно осуществлять доразмещение облигаций ($V_t > 0$), если текущая цена

$$P_t(0) > P_H(t) = (a_t/a_t)N + C_1 \quad (12)$$

и выкупать облигации ($V_t < 0$), если

$$P_t(0) < P_t(t) = (a_t/a_t)N - C_2. \quad (13)$$

Соотношения (12), (13) дают основания назвать траекторию $P(t) = (a_t/a_t)N$ *нейтральной* (пример нейтральной траектории приведен на рисунке).

Для нахождения оптимального значения объема операции V_t^* рассмотрим задачу максимизации полезности текущей сделки (для определенности — сделки по доразмещению):

$$U_d(V_t) = a_t \int_0^{V_t} P_t(V) dV - C_1 V_t - a_t NV_t \xrightarrow{V_t} \max \quad (14)$$

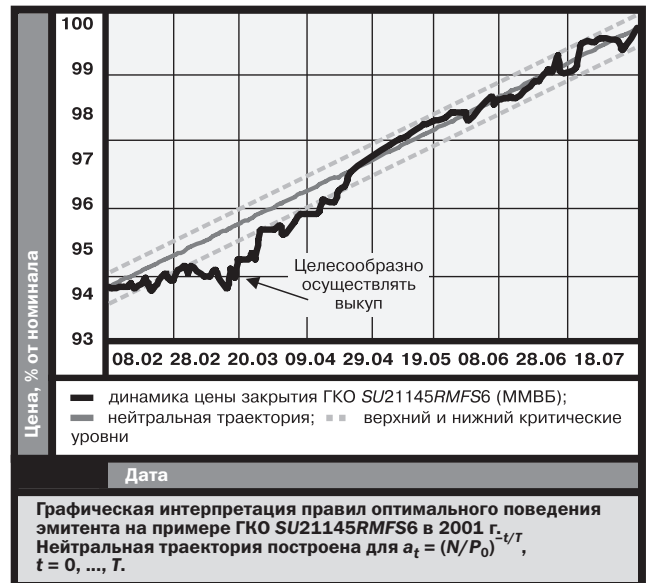
(при ограничении (8)).

Согласно необходимым условиям экстремума функции $U_d(V_t)$ оптимальный объем сделки V_t^* должен удовлетворять уравнению

$$P_t(V_t^*) = P_H(t) = (a_t/a_t)N + C_1, \quad (15)$$

выполнение же достаточного условия максимума обеспечивается соотношением (2).

Интерпретация результата (15) очевидна. Если цена облигации $P_t(0)$ превосходит некоторый критический уровень $P_H(t)$, эмитенту целесообразно проводить по-



степенное доразмещение облигаций, до тех пор, пока цена облигации вновь не вернется к заданному уровню (или же не будет достигнут лимит \bar{V})

Сходные рассуждения для операции выкупа приводят к аналогичному результату. Если цена облигации $P_t(0)$ ниже некоторого уровня $P_t(t)$, эмитенту целесообразно проводить постепенный выкуп ценных бумаг, до тех пор пока цена облигации вновь не достигнет указанного уровня (или же не истощится вторичный рынок облигаций).

Сделок по выкупу/доразмещению облигаций проводить не следует, если текущая цена находится в интервале $[P_t(t); P_H(t)]$.

Изложенные выше правила удобно представить графически (см. рисунок).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная модель допускает некоторые очевидные обобщения. Например, она легко может быть дополнена адаптивной схемой изменения коэффициентов $[a_0, \dots, a_T]$ функции полезности эмитента с течением времени. Интересные результаты может также дать включение в число управляющих воздействий объема первичного размещения.

К несомненным достоинствам модели следует отнести высокий уровень общности и феноменологический характер положенных в ее основу предпосылок ((1), (2), (6)), а также отсутствие элемента прогнозирования рыночной ситуации. Последнее позволяет надеяться, что модель найдет свое применение среди крупных, избегающих риска эмитентов, ведущих неспекулятивную игру на вторичном рынке собственных облигаций. ■

Список литературы

1. Аракелян А. Корпоративные облигации в России: уже достаточно серьезно, чтобы не замечать // РЦБ. 2001. № 8 (191).

⁴ Важно отметить, что данная стратегия не всегда приводит к максимизации суммарной полезности облигационного выпуска (9). Интересным в этом свете представляется исследование условий эквивалентности двух указанных задач.

2. *Dieudonne J.* Foundations of modern analysis. New York, 1960.

3. Положение о порядке приостановления эмиссии и признания выпуска ценных бумаг несостоявшимся или недействительным (утв. Постановлением Федеральной

Комиссии по рынку ценных бумаг № 45 от 31 января 1997.).

4. Федеральный закон РФ «Об особенностях эмиссии и обращения государственных и муниципальных ценных бумаг» № 136-ФЗ от 29 июля 1998 г.